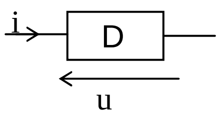
DIPOLES ELECTROCINETIQUES

Nous travaillerons dans le cadre de **l'approximation des régimes quasi-stationnaires** (lois de Kirchhoff valables).

I. PUISSANCE REÇUE PAR UN DIPOLE

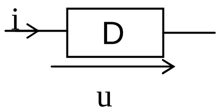
1) Convention d'orientation

Convention récepteur :



Le courant i traversant le dipôle D et la tension u à ses bornes sont de **sens opposés.**

Convention générateur :



Le courant i traversant le dipôle D et la tension u à ses bornes sont dans le **même sens.**

2) Puissance reçue par un dipôle

La convention pour définir la puissance reçue par un dipôle est la **convention récepteur** (quelle que soit la nature du dipôle).
La **puissance instantanée reçue** par le dipôle est par définition : $\boldsymbol{P(t) = u(t).i(t)}$ (ou P=u.i)
La puissance s'exprime **en watt (W)** dans le **S.I**.

Si **P>0**, le dipôle reçoit de l'énergie électrique du reste du circuit : c'est un **dipôle récepteur**.

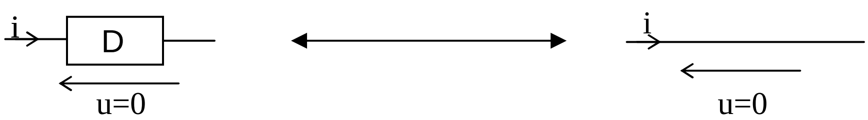
Si **P<0**, le dipôle donne de l'énergie électrique au reste du circuit : c'est un **dipôle générateur**.

Remarques :

- On peut aussi exprimer la puissance fournie par un dipôle. On notera P_r la puissance reçue (synonyme : consommée) et P_f la puissance fournie (synonymes : donnée, cédée).
  En convention récepteur : $P_r = u.i$ et $P_f = -u.i = -P_r$
  En convention générateur : $P_f = u.i$ et $P_r = -u.i = -P_f$

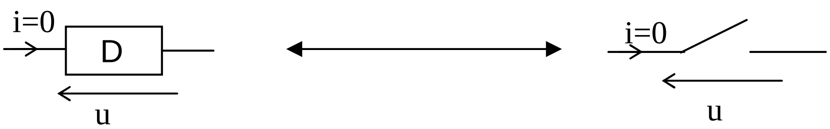
- si $\forall$t, P(t) = 0 alors :

- soit $\forall$t **u(t) = 0** : le dipôle est alors équivalent à un **court-circuit** (dipôle équivalent à un fil ou à un interrupteur fermé)



(court-circuit)

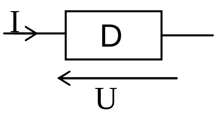
- soit $\forall$t **i(t) = 0** : le dipôle est alors équivalent à un **circuit-ouvert ou coupe-circuit** (dipôle équivalent à un interrupteur ouvert)

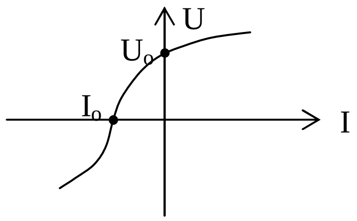


(coupe-circuit)

II. CARACTERISTIQUE EXTERNE D'UN DIPOLE

1) Définitions





Soit U la tension aux bornes du dipôle et I l'intensité qui le traverse. La plage possible des variations de U et I est limitée par la nature du dipôle et par la puissance maximale qu'il peut échanger avec l'extérieur.

On désigne par :

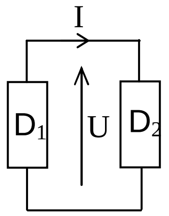
- **Caractéristique tension-courant** du dipôle la courbe U(I).
- **Caractéristique courant-tension** du dipôle la courbe I(U).
- **Intensité de court-circuit** du dipôle : **$I_o = I(U = 0)$.**
- **Tension à vide** ou **tension en circuit-ouvert** du dipôle **$U_o = U(I = 0)$.**

On distingue :

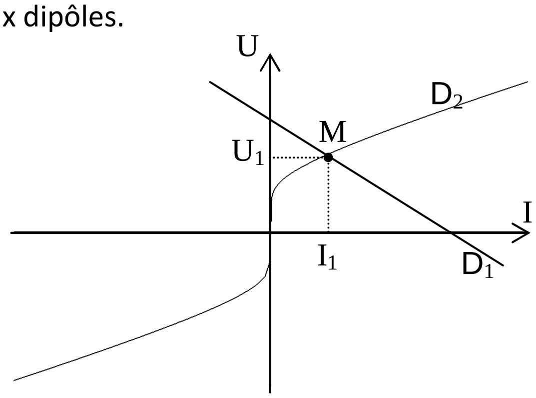
- **Caractéristique statique** : en régime stationnaire.
- **Caractéristique dynamique** : en régime variable u(t) et i(t).

2) Point de fonctionnement d'un dipôle dans un circuit

Un circuit électrique est réalisé en reliant deux dipôles.



convention :
"générateur" pour D_1
"récepteur" pour D_2



Le point de fonctionnement M de D_2 (ou de D_1) est obtenu à l'intersection des 2 caractéristiques : même U aux bornes des 2 dipôles et même I les traversant.

3) Critères de classification des dipôles

• Dipôle :

- **passif** : dipôle dont la caractéristique statique passe par l'origine O ($U_o = 0$ et $I_o = 0$).
- **actif** : dipôle dont la caractéristique statique ne passe pas par l'origine O ($U_o \neq 0$ et $I_o \neq 0$).

• Dipôle **symétrique**, dipôle **polarisé** : Un dipôle est symétrique si son fonctionnement n'est pas modifié quand on permute ses bornes. Sa caractéristique est symétrique par rapport à l'origine O. Dans le cas contraire, le dipôle est non symétrique ou polarisé.

• Dipôle **générateur** - dipôle **récepteur** : voir I.

• Dipôle **linéaire** : un dipôle est dit linéaire lorsqu'il existe :

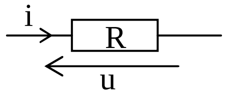
- une <u>relation affine</u> entre i et u (la caractéristique est une droite);
- ou une <u>équation différentielle linéaire</u> à coefficients constants reliant i et u.

III. DIPOLES PASSIFS LINEAIRES : MODELES R, L, C

1) Résistor ou conducteur ohmique (résistance R)

a) Relation courant-tension : Loi d'Ohm

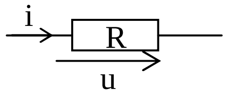
Symbole (**convention récepteur**) :



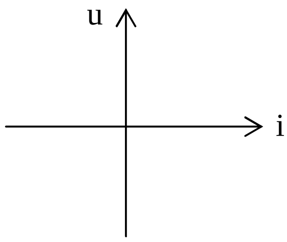
Un conducteur ohmique satisfait à la **loi d'ohm** : $\boxed{u = R.i}$ avec **R résistance du résistor en ohm (Ω).**

On peut également écrire : **i= G.u** avec $\boxed{G = \frac{1}{R}}$ **conductance du résistor en siemens (S).**

ATTENTION : en convention générateur la loi d'ohm devient u=-Ri !



Caractéristique tension-courant statique et dynamique du résistor (**convention récepteur**) :



Résistor : dipôle linéaire, passif et symétrique se comportant en récepteur.
Quand $R \to 0$, le résistor se comporte comme un court-circuit ($u \to 0$)
Quand $R \to \infty$ ou $G \to 0$, le résistor se comporte comme un coupe-circuit ($i \to 0$)

Remarque : La résistance d'un conducteur dépend de la nature de ce conducteur et de sa géométrie.
Dans le cas d'un conducteur cylindrique homogène, de section droite S et de longueur l, on montre que $R = \rho\frac{l}{S}$ où ρ est la résistivité du milieu (unité de ρ : Ω.m) et $G = \sigma\frac{S}{l}$ avec $\sigma = \frac{1}{\rho}$ conductivité (unité de σ : $S.m^{-1}$). Ordre de grandeur de la résistivité : métal $\rho \approx 10^{-7}$ Ω.m ; Semi conducteur $1 < \rho < 10^4$ Ω.m; Isolant $\rho > 10^5$ Ω.m.

b) Aspect énergétique

La puissance consommée par le résistor s'écrit : P=u.i (convention récepteur).
Avec la loi d'ohm il vient : $\boxed{P = Ri^2 = \frac{u^2}{R} = Gu^2}$
Cette puissance reçue par le résistor est toujours positive : le résistor se comporte toujours en **récepteur**. Cette puissance est dissipée par effet Joule (sous forme de chaleur).

c) Application : association série et parallèle de résistors

- Soient R_1 et R_2 deux résistors placés en série. On note i l'intensité les traversant et u_k la tension aux bornes de R_k (k = 1 ou 2) en convention récepteur.

Déterminer la résistance R_{eq} du résistor équivalent à l'association série de ces deux résistances. On notera u la tension à ses bornes.

- Soient R_1 et R_2 deux résistors placés en parallèle. On note u la tension à leurs bornes et i_k l'intensité traversant R_k (k = 1 ou 2) en convention récepteur.

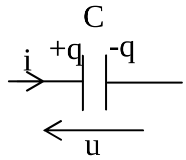
Déterminer la résistance R_{eq} du résistor équivalent à l'association parallèle de ces deux résistances. On notera i l'intensité le parcourant.

2) Condensateur (capacité C)

a) Relation courant-tension

Un condensateur est constitué de deux armatures conductrices qui se font faces portant des charges opposées +q et -q, séparées par un matériau isolant (le diélectrique).

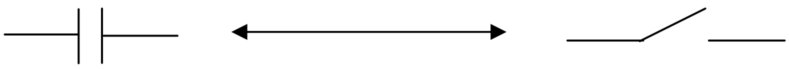
Symbole du condensateur IDEAL (**convention récepteur**) :



Les charges +q et - q (q algébrique) portées par les armatures vérifient : $\boxed{q = C.u}$ avec **C capacité du condensateur en farad (F).**

Dans le cadre de l'ARQS (conservation de la charge), la relation courant-tension d'un condensateur idéal s'écrit : $\boxed{i(t) = C.\frac{du}{dt}}$ en **convention récepteur.**

En <u>régime continu</u>, u=constante et le condensateur se comporte comme un <u>coupe-circuit</u> (i=0).



b) Aspect énergétique

Puissance reçue par le condensateur idéal : $P = u.i = u.C\frac{du}{dt} = C.\frac{d(\frac{u^2}{2})}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Cu^2\right) = \frac{dE_C}{dt}$ où $\boxed{E_C = \frac{1}{2}.C.u^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}}$ est l'énergie emmagasinée par le condensateur à l'instant t.

<u>Conséquence</u> : Cette énergie ne peut varier de façon discontinue (puissance reçue finie).

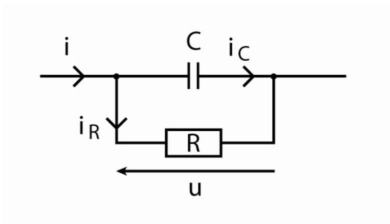
La tension aux bornes d'un condensateur et sa charge sont donc des fonctions continues du temps.
Soit $\forall t,\ u_C(t^-) = u_C(t^+)$ et $q(t^-) = q(t^+)$

c) Condensateur réel

La conductance du diélectrique, bien que très faible, n'est pas nulle.
On peut donner du condensateur réel le schéma équivalent suivant :

$i = i_C + i_R = C.\frac{du}{dt} + G.u \qquad G = \frac{1}{R}$

R grand (de l'ordre de 10^4 MΩ pour les condensateurs usuels)



d) Application : association série et parallèle de condensateurs idéaux

- Capacité équivalente C_{eq} dans l'association série de condensateurs idéaux de capacité C_k :

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots = \sum_k \frac{1}{C_k}}$$

- Capacité équivalente C_{eq} dans l'association parallèle de condensateurs idéaux de capacité C_k :

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots = \sum_k C_k}$$

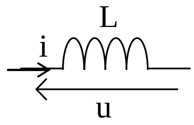
En utilisant la même méthode que pour les associations de résistances, retrouver les deux relations précédentes dans le cas de deux condensateurs.

3) Bobine (inductance L)

a) Relation courant-tension

Une bobine est constituée de spires obtenues par enroulement d'un fil métallique (cuivre).

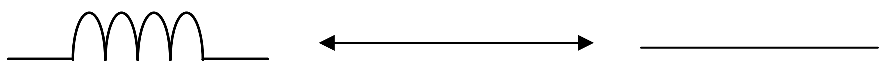
Symbole de la bobine IDEALE (**convention récepteur**) :



On verra dans le cours de deuxième année que le phénomène d'auto-induction permet d'écrire :

$\boxed{\mathbf{u(t) = L\frac{di}{dt}}}$ avec **L inductance de la bobine en henry (H).**

En <u>régime continu</u>, i=constante et la bobine se comporte comme un <u>court-circuit</u> (u=0).



b) Aspect énergétique

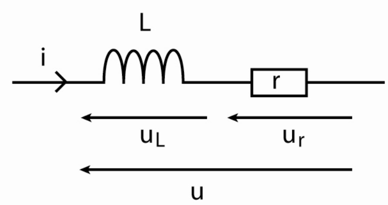
Puissance reçue par la bobine idéale : P=u.i $=\mathbf{Li\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{Li^2}{2}\right)}$ où $\boxed{\mathbf{\frac{1}{2}.L.i^2 = E_L(t)}}$ est l'énergie emmagasinée dans la bobine à l'instant t.

<u>Conséquence</u> : Comme dans le cas du condensateur, l'énergie emmagasinée par la bobine ne peut subir de discontinuités.

Ainsi l'intensité traversant une bobine est une fonction continue du temps : $\forall$**t,** $\mathbf{i_L(t^-) = i_L(t^+)}$

c) Bobine réelle

La résistance de la bobine, en général faible, n'est pas nulle.
On peut représenter une bobine réelle par le schéma équivalent suivant :



$u = u_L + u_r = L.\frac{di}{dt} + r.i$ (r de l'ordre de quelques ohms)

d) Application : association série et parallèle de bobines idéales

- Inductance équivalente L_{eq} dans l'association série de bobines idéales d'inductance L_k :

$$\boxed{\mathbf{L_{eq} = L_1 + L_2 + \ldots = \sum_k L_k}}$$

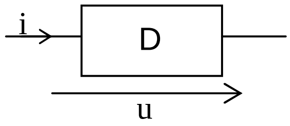
- Inductance équivalente L_{eq} dans l'association parallèle de bobines idéales d'inductance L_k :

$$\boxed{\mathbf{\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + .. = \sum_k \frac{1}{L_k}}}$$

En utilisant la même méthode que pour les associations de résistances, retrouver les deux relations précédentes dans le cas de deux bobines.

IV. DIPOLES ACTIFS LINEAIRES : MODELES DE THEVENIN ET DE NORTON

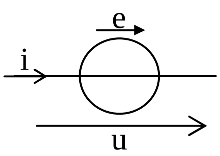
On adopte dans cette partie la **convention générateur :**



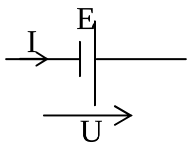
1) Sources idéales de tension et de courant

a) Source idéale de tension

Symbole :



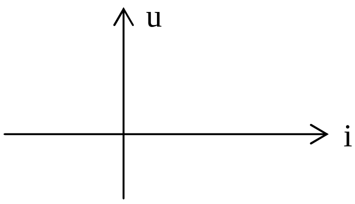
ou



(en régime continu)

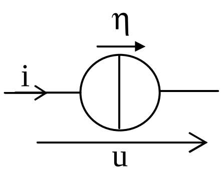
Une source de tension est idéale si quelle que soit l'intensité du courant qui la traverse, la tension u à ses bornes reste constante : **$\forall$i, u = e** où e (ou E) désigne **la force électromotrice** (f.e.m.) de la source.
La puissance <u>fournie</u> par ce dipôle s'écrit : $P_f = e.i$ (ou E.I).

Caractéristique statique :



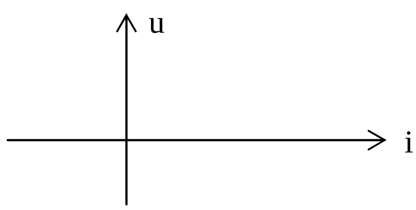
b) Source idéale de courant

Symbole :



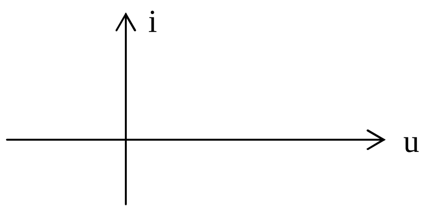
Une source de courant est idéale si quelle que soit la tension à ses bornes, l'intensité du courant qui la traverse reste constante : **$\forall$u, i = η** où η (ou I_o en régime continu) désigne le **courant électromoteur** (c.e.m.) de la source.
La puissance <u>fournie</u> par ce dipôle s'écrit : $P_f = u.\eta$ (ou $U.I_o$).

(caractéristique tension - courant)



<u>Caractéristiques statique</u> :

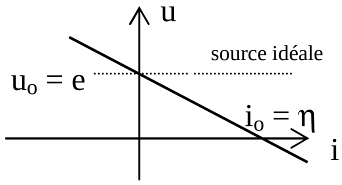
(caractéristique courant - tension)



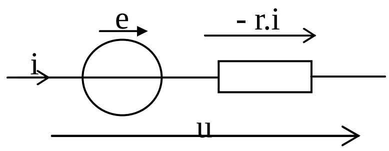
2) Sources réelles de tension (modèle de Thévenin) et de courant (modèle de Norton)

Dans la réalité, le modèle précédent n'est utilisable que pour une plage de tension (pour un c.e.m) ou de courant (pour une f.e.m) très limitée. Dans un domaine plus large d'utilisation, la caractéristique statique de ces éléments peut être représentée par une droite.

a) Modèle de Thévenin : générateur de tension



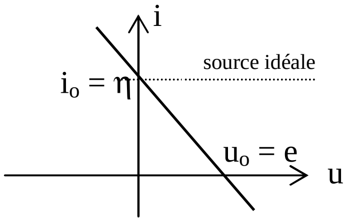
On pourra représenter le générateur de tension par l'association en série d'une source de tension idéale de f.e.m. e = u_o (tension à vide), et d'une résistance r, désignée par résistance interne de la source.



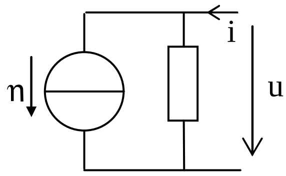
u = e - r.i avec et r = u_o/i_o (pente de la droite)

$P_f = e.i - r.i^2$

b) Modèle de Norton : générateur de courant



On pourra représenter le générateur de courant par une source de courant idéale de c.e.m. η = i_o (courant de court-circuit), en parallèle avec une résistance r de conductance $g = \frac{1}{r}$, conductance interne de la source.



i =η - g.u avec g = i_o/u_o (pente de la droite)

$P_f = u.\eta - g.u^2$

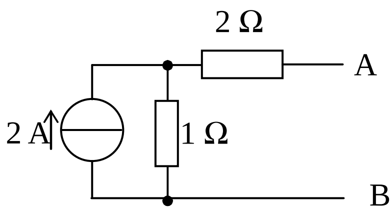
c) Equivalence entre les deux modélisations

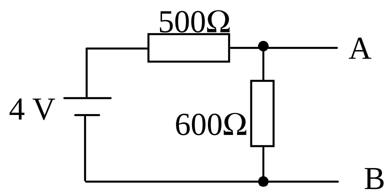
Les deux représentations données sont, pour le milieu extérieur au dipôle, **équivalentes**.

Le passage d'un modèle à l'autre est donné par les relations : $\boxed{\boldsymbol{e = r\eta}}$ avec $r = \frac{u_0}{i_0} = \frac{1}{g}$.

On pourra toujours, selon les conditions, passer d'un modèle à l'autre.

<u>Applications</u> : Donner les schémas de Thévenin et de Norton équivalents aux dipôles A-B suivants.



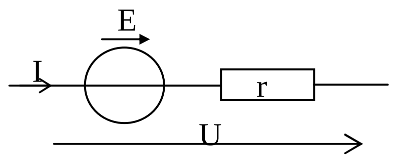


3) Dipôle actif : "générateur" ou "récepteur"

L'expression source de tension ou de courant ne signifie pas obligatoirement qu'il s'agit d'un dipôle générateur, c'est à dire fournissant de l'énergie au reste du circuit.
Dans le cas général on parle d'électromoteur linéaire. Il s'agit, u désignant la d.d.p. aux bornes du dipôle et i l'intensité le traversant,

- d'un générateur si $< P_f > = < u.i >$ est positive. Au sein du dipôle, on a par exemple transformation d'énergie mécanique (alternateur) ou chimique (pile) en énergie électrique.
- d'un récepteur si $<P_f > = < u.i >$ est négative. Au sein du dipôle, on a par exemple transformation d'énergie électrique en énergie mécanique (moteur) ou chimique (électrolyseur).

Dans la pratique de nombreux éléments peuvent fonctionner réversiblement, ils sont dits **polarisés :** le signe de E est imposé.



$P_f = U.I = E.I - r.I^2$
Si I est négatif, P_f est négatif, l'élément se comporte en récepteur.

Certains éléments sont **non polarisés** (voltmètres) et fonctionnent toujours en récepteur quel que soit le signe de i.